УДК: 62-503.5 (658.51)

# ПРОЕКТИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПРОИЗВОДСТВА РАДИОЭЛЕКТРОННЫХ СРЕДСТВ

**© 2010 г.** ***С. В. Ковалев***

***Институт проблем управления РАН им. В. А. Трапезникова, г. Москва***

*В статье рассматриваются вопросы применения новых технологий в машиностроении при проектировании производственных параметров на основе методов математического моделирования, прогнозирования, верификации и моделирования технологических процессов производства машиностроительной продукции – радиоэлектронных средств. Также рассмотрены технико-экономические вопросы создания и проектирования технологических процессов производства радиоэлектронных средств, вопросы разработки экономически эффективных технологических и производственных процессов конструирования и производства машиностроительной продукции.*

Ключевые слова: *новые технологии; прогнозирование параметров производства средств вычислительной техники; проектирование технологических процессов машиностроительного предприятия.*

*This article discusses the ways of modern technologies using for production parameters' designing in machine-building. These ways are based on methods of mathematical modeling, forecasting, verification and modeling of technologic processes, which take place during the manufacturing of radio-electronic devices. Technical and economic problems of production processes' working out for radio-electronic equipment production are also examined. The development of cost-effective technology for production processes design and production engineering is also considered.*

Key words: *modern technologies; forecasting of computers' production parameters; design of engineering enterprise's technologic processes.*

Научно-технический прогресс, признанный во всем мире в качестве важнейшего фактора экономического развития, все чаще и в западной, и в отечественной литературе связывается с понятием инновационного процесса. Это, как справедливо отметил американский экономист Джеймс Брайт, единственный в своем роде процесс, объединяющий науку, технику, экономику, предпринимательство и управление. Он состоит в получении новшества и простирается от зарождения идеи до ее коммерческой реализации, охватывая таким образом весь комплекс отношений: производства, обмена, потребления. Инновация (нововведение) – конечный результат инновационной деятельности, получивший реализацию в виде нового или усовершенствованного продукта, реализуемого на рынке, нового или усовершенствованного технологического процесса, используемого в практической деятельности. Инновация представляет собой материализованный результат, полученный от вложения капитала в новую технику или технологию, в новые формы организации производства труда, обслуживания, управления и т. п.

Процесс создания, освоения и распространения инноваций называется инновационной деятельностью или инновационным процессом. С термином «инновация» тесно связаны понятия: интеллектуальная собственность, патент, изобретение, полезная модель, промышленный образец, товарный знак, лицензирование. В зависимости от технологических параметров инновации подразделяются на продуктовые и процессные. Продуктовые инновации включают применение новых материалов, новых полуфабрикатов и комплектующих; получение принципиально новых продуктов. Процессные инновации означают новые методы организации производства (новые технологии).

Побудительным механизмом развития инноваций, в первую очередь, является рыночная конкуренция. В условиях рынка производители продукции или услуг постоянно вынуждены искать пути сокращения издержек производства и выхода на новые рынки сбыта. Поэтому фирмы, первыми освоившие эффективные инновации, получают весомое преимущество перед конкурентами.

Важным условием для их практической реализации в бизнесе является привлечение инновационных инвестиций.

В силу своей специфики малым предприятиям приходится проявлять большую активность на рынке, используя свою гибкость и способность к быстрой переориентации. Поэтому зачастую именно малые предприятия становятся первооткрывателями новых продуктов и новых технологий в различных отраслях.

Инновационный процесс представляет собой последовательность действий по инициации инновации, по разработке новых продуктов и операций, по их реализации на рынке и по дальнейшему распространению результатов.

Инновационный процесс включает в себя семь элементов, соединение которых в единую структуру инновационного процесса.

К этим элементам относятся:

– зарождение идеи инновации;

– маркетинг инновации;

– оценка экономической эффективности инновации;

– освоение инновации;

– коммерческая реализация инновации;

– продвижение инновации.

В принципе, нахождение нововведения на первых стадиях дает ему больше перспектив на рынке. Но многое зависит от того, как долго этот продукт создается и осваивается. Поэтому чем быстрее осуществляется инновационный процесс, тем больше вероятность того, что нововведение будет иметь успех. Иногда внедрение новшества растягивается на долгие годы, а за этот период появляются другие инновации, и инновационный продукт в итоге уже не будет иметь большой ценности.

Приступая к разработке и осуществлению новой идеи, компании, разумеется, должны начать с авансирования денежного капитала. Существеннейшая специфика такого рода вложений состоит в том, что она связана с резко повышенной угрозой их потери: инновации носят рисковый характер. Вероятность успеха воплощения новой идеи в новом продукте достигает только 8,7%; из каждых 12 оригинальных идей только одна доходит до последней стадии массового производства и массовых продаж. Американский специалист в области инноваций Твисс отмечает, что коммерческий успех достигается лишь в 10% начатых проектов, следовательно, уровень неудачи можно оценить в 90%. Иными словами, отдача от вложения капитала в инновационный процесс имеет крайне мало общего с гарантированными выплатами ссудного процента на капитал в банке или дивиденда на акции. И потому, что такая отдача может при удачной реализации инновационного процесса оказаться сказочно большой, и потому, что может при неудаче отсутствовать вовсе, более того, погибнет и вложенный капитал.

Планирование инновационных процессов включает формирование целей и определение возможных путей достижения поставленных целей, оценку необходимых ресурсов и координирование совместных действий участников этих работ.

Выбор метода планирования инновационных процессов на предприятиях определяется:

– продолжительность всего комплекса работ;

– количеством участников проекта;

– степенью неопределенности по составу и содержанию работ;

– требованиями к качеству выполнения

работ.

При осуществлении крупных и долговременных проектов целесообразно выделить этап долгосрочного планирования, который разрабатывается на период 5 и более лет. Такие планы носят прогнозный характер и имеют недостаточную степень надежности получаемых результатов. На период от одного года до 5 лет разрабатываются среднесрочные планы с разбивкой по годам. Достоверность этих планов больше, и они дают исходную информацию для составления оперативных (текущих) планов.

Для выработки обоснованного планового решения на этапе долгосрочного планирования используются математические модели инновационных проектов, построенных на основе теории графов в виде «дерева целей».

Роль оценки инновации высока на стадии отбора потенциального объекта инновации, идеи. Но только этим дело не ограничивается. Практически все время, пока идет работа над инновацией, она подвергается оценке. В любой момент работа может быть прекращена или, наоборот, может быть принято решение о форсировании работ и соответствующем дополнительном ресурсном обеспечении.

В практике разработки и применения новых материалов и технологий в машиностроении, большое значение имеет техника прогнозирования конструкторско-технологических параметров производства электронных средств (ЭС). При этом в основном используют методы экстраполяции (статистические методы). Сущность метода состоит в выявлении тенденции его развития (при математической обработке имеющихся статистических данных об объекте прогнозирования), которая предполагается неизменной и на период упреждения (экстраполяции). Разработка прогноза заключается в подстановке в модель заданных параметров объекта (или времени упреждения) и вычислении значения прогнозируемого параметра.

В зависимости от вида не зависимых переменных, относительно которых рассматривается тенденция развития и строится математическая модель, различают два основных типа математической модели: *тренд и уравнение регрессии и соответственно две группы* методов экстраполяции: **экстраполяция трендов** и **экстраполяция по уравнениям регрессии.**

Тренд представляет собой уравнение плавной линии с одной независимой переменной – временем. Уравнение регрессии связывает прогнозируемый параметр объекта (функцию) с одним или несколькими другими параметрами того же объекта (аргументами). Время в уравнение регрессии в явном виде обычно не включается. Таким образом, уравнение регрессии отражает тенденцию изменения одних параметров объекта при изменении других. В практике конструирования и производства ЭС для прогнозирования используются в основном уравнения регрессии.

Сохранение тенденции развития в будущем возможно лишь при неизменности общих условий формирования ее в прошлом. Поэтому при появлении новых факторов необходимо корректировать модель и пересматривать прогноз. Это является одним из главных условий получения достаточно точных прогнозов.

Процесс прогнозирования с помощью статистических методов включает в себя следующие основные этапы:

– выбор переменных математической модели;

– анализ исходных данных (статистических);

– выбор и обоснование математической модели прогнозируемого параметра;

– определение неизвестных параметров модели;

– собственно прогнозирование, т. е. вычисление значения искомого параметра по заданным параметрам (или в заданный момент времени), являющимся аргументами математической модели; при этом используется точечный и интервальный прогноз.

Рассмотрим содержание каждого этапа применительно к уровню регрессии. Выбор переменных завершает процесс логического анализа, связанного с выявлением тенденции развития. Зависимой переменной математической модели (функцией) является прогнозируемый параметр. Независимыми переменными уравнения регрессия (аргументами) выбираются параметры объекта, оказывающие наибольшее влияние на прогнозируемый параметр. В уравнение регрессии нельзя включать в качестве аргументов взаимосвязанные параметры, так как при этом трудно обособить влияние каждого из них на функцию; если же такая связь обнаружится, то в качестве независимой переменной следует выбрать лишь один из связанных параметров. На практике независимыми переменными выбираются обычно основные тактико-технические параметры ЭС.

*Анализ исходных данных (статистических).* Основной задачей данного этапа является подбор статистических данных, наилучшим образом отражающих выявленную тенденцию развития прогнозируемого параметра. Статистические данные представляют собой совокупность значений функции и аргументов, полученных в ряде наблюдений или измеренных для ряда экземпляров объекта. Например, при прогнозировании массы радиопередатчика в зависимости от излучаемой мощности статистика представляет значения массы ряда передатчиков с разной излучаемой мощностью.

К статистическим данным предъявляют следующие требования, направленные на повышение точности прогноза: качественная однородность, отсутствие скачков, представительность, точность.

Качественная однородность, статистических данных означает идентичность случайных факторов, воздействующих помимо аргументов на функцию, для всех элементов выборки. Такими факторами могут быть, например, условия эксплуатации ЭС, технические параметры, не вошедшие в уравнение регрессии, методы конструирования и т. п. Все эти случайные факторы называют обычно прочими факторами.

Отсутствие скачков является одним из наиболее важных требований, предъявляемых к статистике. Скачки в значениях прогнозируемых параметров объектов – элементов статистики появляются в том случае, если эти объекты формируются в иных условиях, чем остальные объекты, составляющие статистику. Эти новые условия могут быть отнесены в группу прочих факторов. Таким образом, скачки нарушают первое условие применения методов экстраполяции – плавный характер процесса и вносит неоднородность в статистику. Следует заметить, что наличие небольших скачков у большинства элементов выборки допустимо, так как они оказываются зафиксированными в модели при расчете ее параметров.

Представительностьстатистическихданных требует достаточного объема выборки; при этом элементы статистики должны быть представлены объектами с максимальным разбросом значений функции и аргументов. Для составления удовлетворительного прогноза требуется обычно не менее 10 наблюдений. Точность измерения параметров объектов является естественным требованием к статистическим данным, непосредственно влияющим на точность прогноза.

*Выбор и обоснование математической модели прогнозируемого параметра.* Математическая модель описывает детерминированную основу изменения прогнозируемого параметра, отражает тенденцию развития объекта, поэтому выбор адекватной модели является одной из главных задач при прогнозировании. В основе определения конкретного вида функции, связывающей зависимую и независимую переменные, лежит логический анализ искомой тенденции развития, при этом еще раз проверяется второе условие применения методов экстраполяции – сохранение имеющейся в настоящее время тенденции на интервале упреждения. Большую помощь в выборе модели оказывает статистический анализ исходных данных.

При подборе экстраполирующей функции стремятся обеспечить максимальную близость к эмпирическим данным и получить наиболее простую зависимость. Соблюдение первого условия обеспечивает выбор функции, в наибольшей степени соответствующей исходным статистическим данным. Выполнение второго условия позволяет, как правило, получать наиболее узкие доверительные интервалы прогноза.

При решении задач прогнозирования

конструктивных и технологических параметров МЭА пользуются в основном полиномиальными моделями вида:

$$y = \sum_{i=0}^{\gamma} a_i x^i, \quad r=1,2\ldots \tag{1}$$

$$y = a_0 + \sum_{i=1}^{n} a_i x_i + \sum_{\substack{i,k=1\\ i=k}}^{n} a_{ik} x_i x_k + \sum_{i=1}^{n} a_{ii} x_i^2 + \ldots, \tag{2}$$

где $y$ – зависимая переменная; $\gamma$ – степень полинома; $n$ – число независимых переменных $x$; $a_0$ – свободный член уравнения регрессии; $a_i$, $a_{ik}$, $a_{ii}$... – коэффициенты регрессии.

Уравнение регрессии (1) используется при одном аргументе, модель (2) служит для описания функции многих аргументов. На практике в большинстве случаев оказывается достаточным применение прямолинейных регрессий, в ряде задач синтезируют модель второго порядка и очень редко прибегают к полиномам третьей степени, особенно в уравнениях множественной регрессии. В том случае, если нет сведений, позволяющих априорно установить степень аргументов, исследование начинают с наиболее простой – линейной модели.

*Определение неизвестных параметров модели.* Выбранная на предыдущем этапе математическая модель устанавливает лишь характер зависимости функции от аргументов. Конкретный же вид этой зависимости определяется значениями параметров (постоянных коэффициентов) модели. Независимые параметры находятся по статистическим данным и в силу их ограниченности являются оценками истинных значений параметров.

Рассмотрим методику получения оценок неизвестных параметров линейной модели вида:

$$y = a_0 + a_i x_i + \ldots + a_n x_n \tag{3}$$

Для расчета воспользуемся методом «взвешенных» наименьших квадратов (МВНК), дающим оценки неизвестных параметров модели условия минимума суммы «взвешенных» квадратов отклонений оценок прогнозируемого параметра от его наблюдаемых значений. От известного метода наименьших квадратов (МНК) МВНК отличается тем, что позволяет использовать статистические данные с неодинаковой информационной ценностью, что характерно для задач прогнозирования конструктивно-технологических параметров ЭС [8].

По уравнению регрессии (3) можно рассчитать среднее значение прогнозируемого параметра $\hat{y}$, индивидуальное же его значение определяется случайной величиной – помехой $\varepsilon$, вызванной действием прочих факторов. Индивидуальное значение $y$ в $j$-м наблюдении можно представить как

$$y_j = a_0 + a_i a_{j1} + \ldots + a_n x_{jn} + \varepsilon_j, \tag{4}$$

где $y_j$, $x_{ji}$, $i = 1\ldots n$ – наблюдаемые значения переменных; $\varepsilon_J$ – величина помехи в $j$-м наблюдении, представляющая собой отклонение истинного значения прогнозируемого параметра в $j$-м наблюдении $y_j$ от его среднего значения , полученного из уравнения при подстановке в него величин аргументов в $j$-м наблюдении $x_{ji}$, $i = 1,..., n$.

При применении МВНК относительно помехи $\varepsilon$ делаются следующие предположения [6]:

– помеха $\varepsilon$ представляет собой случайный процесс, т. е. $\varepsilon_J$ – случайная величина для $j = 1,..., m$, где $m$ – число наблюдений

– помеха действует аддитивно (складывается) с детерминированной основой процесса;

– математическое ожидание помехи равно нулю, т. е. $M(\varepsilon_J) = O, j$ - I,..., т;

– помеха имеет закон распределения Гаусса;

– помеха представляет собой некоррелированный случайный процесс, т. е. последовательные значения $\varepsilon_J$ не зависят друг от друга.

Исследования показывают, что выдвинутые предположения в большинстве практических задач соответствуют действительности.

Предположим, проведено $m$ независимых наблюдений (измерений) величины $y$ для $m$ совокупностей величин $x_j$,..., $x_n$, причем выполняется условие $m \neq n$. Для удобства записи введем фиктивную переменную $x_0 = I$. Обозначим через $Y = [y_j]$, $j = 1\ldots$m вектор-столбец размером ($m \times 1$) наблюдений переменной $y$; $A = [ai]$, $i = 0,1,..., n$ – вектор-столбец размером $(n+1\times1)$ параметров $a$;

$X=[x_{ji}]$ – матрицу размером $(m\times n+1)$ значений переменных $x$; $\eta=[\eta_{jj}]$ – диагональную матрицу весов наблюдений размером $(m\times m)$; $\varepsilon=[\varepsilon_J]$ – вектор-столбец размером $[m\times 1]$ ошибок (помех) случайной величины $y$. $\varepsilon_J=y_j-\hat{y}$, где $\hat{y}$ – расчетное значение функции, определяемое для совокупности аргументов $x_{j1},\ldots,x_{jn}$ по формуле (3).

Перепишем линейную модель (4) в матричном виде [12]:

$$Y=AX+\varepsilon \tag{5}$$

Условие МВНК для оценки вектора А неизвестных коэффициентов можно представить как

$$L=\sum_{j=1}^{m}\eta_j\,\varepsilon_j^2=n\varepsilon^T\varepsilon=\min, \tag{6}$$

где $\varepsilon^T$ – транспонированная матрица ε.

Определив вектор $\varepsilon$ из уравнения (5) и подставив его в условие (6), получим

$$L=\eta(Y-AX)^T(Y-AX)=\eta Y^TY-\eta A^TX^TY-$$
$$-\eta Y^TAX+\eta A^TX^TAX=\min.$$

Поскольку $\eta A^TX^TY=\eta Y^TAX$, то окончательно имеем

$$L=\eta Y^TY-2\eta A^TX^TY+\eta A^TX^TAX=\min.$$

Найдем минимум целевой функции $L$ методом дифференциального исчисления, для чего возьмем частную производную $L$ по $A$: $\partial L/\partial A=-2XT\eta Y+2XT\eta\cdot A$.

Приравняв данный результат нулю, получим выражение для вектора А

$$A=(X^T\eta X)^{-1}X^T\eta Y \tag{7}$$

в котором матрицы $X^T\eta X$ и $X^T\eta Y$ имеют вид.

$$X^T\eta X=\begin{bmatrix}\Sigma\eta_j & \Sigma\eta_jx_{j1} & \ldots & \Sigma\eta_jx_{jn}\\ \Sigma\eta_jx_{j1} & \Sigma\eta_jx^2_{j1} & \ldots & \Sigma\eta_jx_{jn}x_{ji}\\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots\\ \Sigma\eta_jx_{jn} & \Sigma\eta_jx_{jn}x_{ji} & \ldots & \Sigma\eta_jx^2_{jn}\end{bmatrix} \tag{8}$$

$$X^T\eta X=\begin{bmatrix}\Sigma\eta_jy_{jn}\\ \Sigma\eta_jy_jx_{j1}\\ \ldots\\ \Sigma\eta_jy_jx_{jn}\end{bmatrix} \tag{9}$$

Суммы в матрицах подсчитываются по данным наблюдений (измерений). Суммирование везде осуществляется от 1 до $m$. Матрица $(X^T\eta X)^{-1}$ является обратной к матрице $X^T\eta X$. Каждый элемент обратной матрицы рассчитывается на основе матрицы $X^T\eta X$ по формуле

$$G_{ik}=\Delta ik/\Delta, \tag{10}$$

где $\Delta$ – определитель матрицы $X^T\eta X$; $\Delta_{ik}$ – алгебраическое дополнение определителя $\Delta$, $\Delta_{ik}=(-1)^{i+k}M_{ik}$, $M_{ik}$ – минор определителя $\Delta$, получаемый вычеркиванием из него $i$-й строки и $k$-го столбца.

Проиллюстрируем технику расчета коэффициентов регрессии на условном примере прогнозирования процента выхода годных микросхем по числу контрольных операций технологического процесса. Данная задача представляет собой частный, наиболее простой случай уравнения регрессии – зависимость от одной переменной. Предположим, зависимость эта имеет прямолинейный характер, причем с увеличением числа контрольных операций процент выхода годных увеличивается. Уравнение регрессии в этом случае имеет вид $y=a_0+a_1x$

Пусть статистические данные, удовлетворяющие всем необходимым условиям, характеризуются следующими значениями выхода годных ($y$) и числа контрольных операций ($x$):

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $y_j$ | 0.3 | 0.2 | 0.5 | 0.4 | 0.1 |
| $x_j$ | 30 | 21 | 52 | 38 | 14 |
| $\eta_j$ | 1 | 0.9 | 1 | 0.8 | 1 |

Весовые коэффициенты $\eta_j$ отражают неодинаковую ценность отдельных наблюдений, неоднородность выборки.

Для расчета коэффициентов регрессии (7) составим матрицы $X^T\eta X$ и $X^T\eta Y$ по данным статистики. Элементы матрицы $X^T\eta X$, включающей первые две строки и два столбца матрицы (8), равны

$$^5{}_{j=i}\eta_j=1+0{,}9+1+0,\ 8+1=4{,}7;$$
$$\sum^5_{j=i}\eta_jx_j=1\cdot30+0{,}9\cdot2I+I\cdot52+0{,}8\cdot38+1\cdot14=145{,}3;$$
$$\sum^5_{j=i}\eta_jx_j^2=1\cdot302+0{,}9\cdot2I2+I\cdot522+0{,}8\cdot382+1\cdot142=$$
$$=5352{,}1.$$

Элементы матрицы $X^T\eta Y$, состоящей из двух первых строк матрицы (9), имеют значения

$$\sum_{j=1}^{5}\eta_jy_j=1\cdot0{,}3+0{,}9\cdot0{,}2+1\cdot0{,}5+0{,}8\cdot0{,}4+1\cdot0{,}1=$$
$$=1{,}4;$$

$\sum_{j=1}^{5} \eta_j y_j x_j$=1 · 0,3·3О + 0,9-0,2 · 2I + I · 0,5· 52 + + 0,8 · 0,4 38 +1 · 0,1 · 14 = 52,34.

Таким образом, получены матрицы

$$X^T\eta X = \begin{bmatrix} 4.7 & 145.3 \\ 145.3 & 5352.1 \end{bmatrix},\ X^T\eta Y = \begin{bmatrix} 1.4 \\ 52.54 \end{bmatrix}.$$

По формуле (10) рассчитаем элементы обратной матрицы $(X^T\eta Y)^{-1}$

$G=\Delta_{11}/\Delta$=5352,1/4042,78=1,3238;

$G_{12}=\Delta_{12}/\Delta$=145,3/4042,78= – 0,0359;

$G_{21}=\Delta_{21}/\Delta$=145,3/4042,78= – 0,0359;

$G_{22}=\Delta_{22}/\Delta$=4,7/4042,78=0,00116

На основании полученных данных по формуле (7) найдем матрицу коэффициентов регрессии

$$A = (X^T\eta X)^{-1} X^T\eta Y = \begin{bmatrix} 1.3258 & -0.0359 \\ -0.0359 & 0.000116 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1.4 \\ 52.54 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.031776 \\ 0.010641 \end{bmatrix}.$$

т. е. $a_0$ = – 0,031776, $a_1$ =0,010641

Таким образом, уравнение регрессии имеет вид

$\hat{y}$ = – 0,031776 + 0,010641 x .

Расчет коэффициентов регрессии с помощью матриц является довольно трудоемкой задачей, что особенно неудобно при ручном счете, поэтому на практике часто пользуются системой уравнений, полученной из условия МВНК при развернутой записи выражения (6):

$$L = \sum_{i=1}^{m} \eta_j \varepsilon_j^2 = \sum_{i=1}^{m} \eta_j (y_j - \hat{y}_j)^2 = \sum_{i=1}^{m} \eta_j (y_j - a_0 - - a_1 x_{j1} - a_2 x_{j2} - \ldots - a_n x_{jn})^2 = \min .$$

Согласно необходимому условию экстремума продифференцируем целевую функцию L по всем коэффициентам и частные производные приравняем нулю: $dL/da_1$ =0, $i$ = 0,1,..., $n$. В результате получим

$$\frac{dL}{da_0} = -2\sum_{j-1}^{m} \eta_j (y_j - a_0 - - a_1 x_{j1} - a_2 x_{j2} - \ldots - a_n x_{jn}) = 0;$$

$$\frac{dL}{da_1} = -2\sum_{j-1}^{m} \eta_j (y_j - a_0 - - a_1 x_{j1} - a_2 x_{j2} - \ldots - a_n x_{jn}) x_{j1} = 0;$$

$$\frac{dL}{da_2} = -2\sum_{j-1}^{m} \eta_j (y_j - a_0 - - a_1 x_{j1} - a_2 x_{j2} - \ldots - a_n x_{jn}) x_{j2} = 0;$$

..........................................................................................

$$\frac{dL}{da_n} = -2\sum_{j-1}^{m} \eta_j (y_j - a_0 - - a_1 x_{j1} - a_2 x_{j2} - \ldots - a_n x_{jn}) x_{jn} = 0;$$

Разделим каждое равенство на $\sum_{j=1}^{m} \eta_j$, затем выразим из первого уравнения $a_0$ и подставим его в остальные уравнения. После перегруппировки подобных членов придем окончательно к системе уравнений:

$$\left.\begin{aligned} H_{y1} &= H_{11}a_1 + H_{12}a_2 + \ldots + H_{1n}a_n; \\ H_{y2} &= H_{21}a_1 + H_{22}a_2 + \ldots + H_{2n}a_n; \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ H_{yn} &= H_{n1}a_1 + H_{n2}a_2 + \ldots + H_{nn}a_n \\ y &= a_0 + a_1\overline{x}_1 +_{2n} \overline{x}_2 + \ldots + a_n\overline{x}_n \end{aligned}\right\}, \quad (11)$$

где

$$\overline{y} = (\sum_{j=1}^{m} \eta_j y_j) / \sum_{j=1}^{m} \eta_j \quad (12)$$

– взвешенное среднее значение прогнозируемого параметра по результатам наблюдений;

$$\overline{x}_i = (\sum_{j=1}^{m} \eta_j x_{ji}) / \sum_{j=1}^{m} \eta_j \quad (13)$$

– взвешенное среднее значение $i$-й переменной;

$$H_{yi} = \sum_{j=1}^{m} \eta_j y_j x_{ji} - (\sum_{j=1}^{m} \eta_j)\overline{y}\overline{x}_i, \quad i=1,\ldots n; \quad (14)$$

$$H_{ik} = H_{ki} = \sum_{j=1}^{m} \eta_j x_{ji} x_{jk} - (\sum_{j=1}^{m} \eta_j)\overline{x}_i\overline{x}_k, i=1,\ldots n; \quad (15)$$

Решение первых $n$ уравнений системы (11) дает оценки коэффициентов $a_1$,...., $a_n$, а из последнего уравнения находится свободный член $a_0$. Решение для коэффициентов $a_1$,...., $a_n$ можно записать в общем виде с помощью определителей так:

$$a_j = \Delta_i / \Delta \quad i=1,..., n \quad (16)$$

$$\Delta = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & \ldots & H_{1n} \\ H_{21} & H_{22} & \ldots & H_{2n} \\ H_{n1} & H_{n2} & \ldots & H_{nn} \end{bmatrix} \quad (17)$$

– определитель системы (11).

Определитель $\Delta_i$ получается из определителя $\Delta$ заменой в нем i-го столбца столбцом свободных членов системы (11) $H_{yi}$, ...., $H_{yn}$.

Рассчитаем коэффициенты регрессии параметра с помощью системы уравнений

(11). В данном случае имеем систему из двух уравнений

$$\left.\begin{aligned} H_{y1} &= H_{11}a_1; \\ \bar{y} &= a_0 + a_1\bar{x}, \end{aligned}\right\}$$

где параметры , $H_{Y1}$ и $H_{11}$ вычисляются соответственно по формулам (12) – (15) на базе статистических данных:

$$\bar{x}_i = \sum_{j=1}^{5}\eta_j x_j \Big/ \sum_{j=1}^{5}\eta_j = 145.3/4.7 = 30.9;$$

$$\bar{y}_j = \left[\sum_{j=1}^{5}\eta_j y_j\right] \Big/ \sum_{j=1}^{5}\eta_j = 1.4/4.7 = 0.297$$

$$H_{y1} = \sum_{j=1}^{5}\eta_j y_j x_{ji} - \left[\sum_{j=1}^{5}\eta_j\right]\overline{yx_i} = 52.34 -$$

$$-\,4.7\,[0.297]\,30.9 = 9.2;$$

$$H_{11} = \sum_{j=1}^{5}\eta x_j^2 - \left[\sum_{j=1}^{5}\eta_j\right]\bar{x}_2 = 5352.1 - 4.7\,[954.81 =$$

$$= 864.5$$

Коэффициент $a_1$ определим из первого уравнения $a_1 = H_{Y1}/H_{11}$ = 9,2/864,5=0,010641. Из второго уравнения находим

$a_0 = \hat{y} - a\,\hat{x}t_1$=0,297 –0,010641·30,9 = – 0,031776.

Результаты расчета коэффициентов в обоих способах должны быть одинаковы, однако при расчете с помощью матриц требуется большая точность вычислений из-за наличия чисел с большим количеством значащих цифр.

Найденные величины являются оценками истинных значений параметров вектора $A$, поэтому необходимо проверить их значимость.

$$|a_i| > t_{q,m-n-1}\sigma\sqrt{G_{ii}},\ i=0,1,...,n \qquad (18)$$

где $t_{q,m-n-1}$ – значение критерия Стьюдента для $q$-го уровня значимости и ( $m$- $n$- $1$) степеней свободы;

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{m}\eta_j(y_j - \hat{y}_j)^2}{m-n-1}} \qquad (19)$$

взвешенное среднее квадратическое отклонение эмпирических значений прогнозируемого параметра у от расчетных $\hat{y}$ ; $G_{ii}$ - диагональные элементы матрицы, обратной к матрице $X^T_\eta X$; они рассчитываются по формуле (10).

Выполнение условия (18) означает статистическую надежность параметра, напротив, нарушение его говорит о незначимости параметра, при этом соответствующая данному параметру переменная из уравнения регрессии исключается. После исключения несущественных переменных необходимо вновь произвести оценку параметров. Ввиду трудоемкости данной операции иногда ограничиваются лишь уточнением свободного члена $a_0$ по формуле

$$a_0\hat{y} = a_0 + \sum_t a_t\bar{x}_t, \qquad (20)$$

где $t$ – порядковый номер исключаемых переменных.

Проверим значимость коэффициентов регрессии рассматриваемого примера для уровня существенности $q$=5%. При числе степеней свободы $m$ –$n$–1=5–1–1=3 из таблицы находим квантиль распределения Стьюдента $t_{5,3}$ = 3,182. По формуле (19) рассчитаем взвешенное среднее квадратическое отклонение, для чего предварительно определим расчетные значения процента выхода годных в каждом наблюдении:

$$\hat{y} = -\,0{,}031776 + 0{,}010641\,x_j\,;$$
$$\hat{y}_1 = 0{,}29;$$
$$\hat{y}_2 = 0{,}19;$$
$$\hat{y}_3 = 0{,}52;$$
$$\hat{y}y_4 = 0.37;$$
$$\hat{y}_5 = 0{,}12.$$

Тогда

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{m-n-1}\left[\sum_{j=1}\eta_j(y_j - \hat{y}_j)^2\right]} = 0{,}024$$

Используя рассчитанные выше диагональные элементы обратной матрицы, получим условия

$|a_0| = t_{5,3}\,\sigma\sqrt{G11}$ или

$-0{,}031776| > 3{,}182 \cdot 0{,}024\sqrt{1{,}3238} = 0{,}0878$,

$|a_1| = t_{5,3}\,\sigma\sqrt{G22}$ или

$|0{,}010641| > 3{,}182 \cdot 0{,}024\sqrt{0{,}00116} = 0{,}000824$.

Первое условие не соблюдается, следовательно, свободный член уравнения регрессии статистически незначим и им можно пренебречь. Окончательно уравнение регрессии примет вид $\hat{y} = 0{,}010641\,x$ .

Вследствие ограниченности статистических данных возникает вопрос о значимости уравнения регрессии в целом. Для прямолинейной зависимости (3) этот вопрос сводится к проверке значимости коэффициента множественной корреляции, показывающего, какая часть общей колеблемости функции обусловливается линейным действием аргументов

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sum_{j=1}^{m} \eta_j (y_j - \hat{y}_j)^2}{\sum_{j=1}^{m} \eta_j (y_j - \bar{y}_j)^2}}\ , \qquad (21)$$

Статистическая надежность этого коэффициента проверяется с помощью F – критерия Фишера

$$F = \frac{R^2 (m - n - 1)}{(1 - R^2) n}\ , \qquad (22)$$

Значимости коэффициента R и, следовательно, существенности уравнения прямолинейной множественной регрессии (3) соответствует условие

$$F > F_{q,(m,\ m-n-1)} \qquad (23)$$

где $F_{q,(m,\ m-n-1)}$ – табличное значение критерия Фишера для $q$-го уровня значимости и ( $m$, $m$ - $n$ - 1) степеней свободы. Если неравенство не выполняется, необходимо строить новую математическую модель, например в виде полинома второй степени.

Доя оценки качества полученной зависимости рассчитывается

$$W = \sigma/\bar{y} \qquad (24)$$

характеризующий колеблемость расчетных значений прогнозируемого параметра относительно эмпирических. Чем меньше коэффициент вариации, тем в большей мере полученное уравнение соответствует исходным данным.

Оценим значимость уравнения регрессии примера, для чего вычислим квадрат коэффициента корреляции (24) – см. (25):

Рассчитаем значение $F$ – критерия (22):

[0,9824(5-1-1)/(1-0,9824)1=167.

Табличное значение данного критерия для 5%-ного уровня значимости и т, $m$-$n$-$1$ степеней свободы равно $t_{5(5,3)}$ = 9,01. Так как 167 > 9,01, условие (23) выполняется, следовательно, прямолинейное уравнение регрессии статистически надежно.

По формуле (24) определим коэффициент вариации $W$ = 0,024/0,297 = 0,081. Его малая величина говорит о том, что полученное уравнение хорошо отражает содержащуюся в статистических данных зависимость выхода годных микросхем от количества контрольных операций технологического процесса.

*Расчет прогнозируемого параметра.* Используя полученную на предыдущем этапе модель, можно сделать точечный прогноз интересующего нас параметра. Для этого в уравнение регрессии, например в (3), с численно оцененными параметрами подставляются заданные значения аргументов – параметров объекта и вычисляется соответствующее им значение прогнозируемого параметра.

Точечный прогноз дает оценку среднего значения прогнозируемого параметра. На практике больший интерес представляет интервальный прогноз, позволяющий определить границы, в которые с заданной вероятностью попадает прогнозируемая величина при заданных значениях аргументов.

Завершающей стадией процесса прогнозирования является качественный анализ полученных результатов. Прежде всего связав с анализом непротиворечивости всех элементов и результатов прогнозирования на различных этапах исследования. Кроме того, логический анализ дает возможность выявить возможные отклонения от принятой тенденции развития, обнаружить скрытые скачки в изменении прогнозируемого параметра, учесть влияние дополнительных

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{j=1} \eta_j (y_j - \hat{y}_j)^2}{\sum_{j=1}^{5} \eta_j (y_j - \bar{y}_j)^2} = -1\ \frac{1(0.3-0.29)^2 + 0.9(0.2-0.19)^2 + 1(0.5-0.52)^2 +}{1(0.3-0.297)^2 + 0.9(0.2-0.297)^2 + 1(0.5-0.297)^2 +} \qquad (25)$$

$$\frac{+\ 0.8(0.4-0.37)^2 + 1(0.1-0.12)^2}{+\ 0.8(0.4-0.297)^2 + 1(0.1-0.297)^2} = 0.9824.$$

факторов в условиях развития объекта. Наиболее жизнеспособным, как правило, оказывается прогноз, постоянно пересматриваемый по мере появления новых факторов политического, экономического, социального и технического плана.

### Литература


1. *Глущенко В. В.* Прогнозирование. –М.: Вузовская книга, 2000. – 249 с.
2. *Линник Ю. В.* Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической теории обработки наблюдений. –М.: Физматгиз, 1962 – 349 с.
3. *Ковалев С. В.* Экономическая математика. Учебное пособие УМО. –М.:ИД «Кнорус», 2010 г. – 248 с.
4. *Ковалев С. В.* Управление наукоемким производством: организация, проектирование, анализ. Учебное пособие УМО. –М.: Доброе слово, 2010.– 255 с.
5. *Ковалев С. В.* Основы организации и управления наукоемким производством. Учебное пособие УМО. –М.: ИД «Кнорус», 2010 г. – 400 с.
6. *Мартино Дж.* Технологическое прогнозирование / Пер. с англ. –Л.: Прогресс, 1977. – 591 с.
7. Руководство по научно-техническому прогнозированию / Пер. с англ. Под ред. Л. М. Громова. –М.: Прогресс, 1977. – 350 с.
8. *Сигорский В. П.* Математический аппарат инженера. –Киев: Техника, 1977. – 766 с.
9. *Фомин А. В., Умрихин О.* Н. Прогнозирование параметров конструкций и технологических процессов изготовления МЭА. –М.: МАИ, 1980. – 44с.
10. *Четыркин Е. М.* Статистические методы прогнозирования. –М.: Статистика, 1977. – 199 с.
11. *Чуев Ю. В., Михайлов Ю. Б., Кузьмин В. И.* Прогнозирование количественных характеристик процессов. –М.: Советское радио, 1975.
12. *Широков А. М.* Надежность радиоэлектронных устройств. –М.: Высшая школа, 1972. – 272 с.
13. *Ямпольский С. М., Лисичкин В. А.* Прогнозирование научно-технического прогресса. –М.: Экономика, 1974. – 204 с.


*Поступила в редакцию* *03 марта 2010 г.*

**Сергей Викторович Ковалев –** кандидат философских наук, доцент, старший научный сотрудник Института проблем управления РАН им. В. А. Трапезникова. Автор работ по проблемам организации производства, управления наукоёмкими производствами, экономико-математических методов и моделей.

**Sergey Viktorovich Kovalev –** Ph.D., candidate of philosophy, docent, senior staff scientist of RAS Institute of Managing Problems of V. A. Trapeznikov name. Author’s works are dedicated to production management problems, science intensive productions’ managing, economic and mathematical methods and models**.**

117342, г..Москва, ул. Профсоюзная, 65, ИПУ РАН им. В. А.Трапезникова, лаборатория № 57
65 Profsoyuznaya st., RAS Institute of Managing Problems of V. A. Trapeznikov name, lab. №57, 117342, Moscow, Russia
тел.: +7 (965) 159-25-35, +7 (926) 324-43-74, ksv.ipu@bk.ru.