

ВЕРОЯТНОСТЬ В ПРИНЯТИИ И РЕАЛИЗАЦИИ ЭКОНОМИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ

© 2012 г. Н. Н. Тренев

Институт проблем управления РАН, г. Москва

Экономическая реальность подвержена множеству случайных факторов. Эти факторы влияют на успешность реализации принятых решений. Далеко не просто выделить влияние случайности и умения принимать решения.

Ключевые слова: *теория вероятностей; случайные события; управление капиталом; риск, управление портфелем ценных бумаг; управление риском; демократические институты.*

Many accidental factors influence an economic reality. Some of them influence on decision making. It isn't simple to elicit and separate factors of accident from factors of decision making skills.

Key words: *probability theory; casual events; capital management; risk; management with stock portfolio; risk management; democratic institutes.*

Введение

Существенная часть экономико-управленческих решений принимается многократно. Разработка и реализация стратегии управления страной, регионом, фирмой является длительным итерационным процессом. Управление портфелем ценных бумаг также предполагает длительный ряд экономических решений по покупке и продаже ценных бумаг. В принятии и реализации этих решений случайность и искусство управления идут рядом, порой тесно переплетаясь друг с другом.

Управление капиталом с учетом влияния случайных событий

Управляющий портфелем ценных бумаг, руководитель предприятия, региона, страны предпринимает действия, которые с определенной вероятностью p могут привести к выигрышу и с определенной вероятностью q привести к потере. Эту ситуацию мы рассмотрим на грубом — качественном — уровне. В этом случае можно считать, что $p + q = 1$, т. е. деятельность приводит либо к выигрышу,

либо к проигрышу. Через B обозначим отношение потенциального выигрыша к потенциальному проигрышу, а через f — долю капитала, который может быть потерян в сделке. Если M_0 — стартовая величина капитала, то капитал через дискретное время t считается по формуле:

$$M_{t+1} = M_t(1 - f) + M_t f B p - M_t f q.$$

Если руководитель стремится максимизировать математическое ожидание величины капитала в течение длительного периода своей деятельности, то оптимальная величина доли капитала f_{opt} , которая может быть потеряна за сделку определяется формулой [1]:

$$f_{opt} = (p - q/B) / (q + p). \quad (1)$$

Формула (1) показывает, что ожидаемая величина капитала снижается, если руководитель берет на себя слишком много риска. Однако, формула (1) также показывает, что капитал снижается и в том случае, если руководитель рискует недостаточно.

Для доказательства формулы (1) достаточно приравнять нулю производную по f от $\ln \{[1 + fB(p - q/B)]^T\}$.

Математическое ожидание $E(M_t)$ величины капитала в процентах через t шагов определяется формулой:

$$E(M_t) = (pfB - qf)t = fB(p - q/B)t, \quad (2)$$

$$E(M_t) = Et, \text{ где } E = fB(p - q/B). \quad (3)$$

Среднеквадратичное отклонение D^2 процентного приращения капитала сделки равно:

$$D^2 = pf^2B^2(1 - (p - q/B))^2 + qf^2B^2 * (1/B + (p - q/B))^2 + (1 - p - q)f^2B^2(p - q/B)^2. \quad (4)$$

Согласно закону больших чисел [2; 3] через N сделок среднеквадратичное стандартное отклонение процентного приращения капитала составит $DN^{1/2}$. Относительное отклонение процентного приращения капитала через t сделок составит $[D/(pfB - qf)]/N^{1/2}$. Вероятность оказаться в убыточной позиции через большое число N сделок составит $F(-D/(EN^{1/2}))$, где F — функция кумулятивного нормального распределения.

Применение функции кумулятивного распределения при больших N позволяет заключить [2; 3], что если m и α положительные числа, то при больших N с вероятностью близкой к 1 через N шагов величина капитала будет лежать вне отрезка $[EN - m, EN + m]$ и внутри отрезка $[(E - \alpha)N, (E + \alpha)N]$. Это означает, что с вероятностью 1 отклонение капитала превысит любую фиксированную абсолютную величину. И с вероятностью 1 при больших N размер капитала будет находиться в пределах фиксированных удельных величин.

Применение вероятностного подхода позволяет объяснить череду неудач, предшествующих крупному успеху [4–6]. Крупный успех требует управления риском таким путем, чтобы f было оптимальным. Минимизация или ограничение провалов в размере капитала является совсем другим критерием, отличным от критерия максимального роста капитала. Руководитель, который рискует чрезмерно много, теряет так же, как и руководитель, который рискует слишком мало. Поэтому целесообразнее, особенно в случае неточного вычисления f , округлять f снизу, а не сверху. Ожидаемая доходность будет той же, а вероятная величина провалов — меньше.

На пути к успеху — увеличению капитала — возможны, и согласно теории вероятности [2; 3] определенно будут серии неудач. Причем серии могут быть сколько угодно длинными. Руководитель должен уметь пережить эти серии неудач. В то же время необхо-

димо четко различать ситуации, когда неудачи вызваны случайными обстоятельствами, и ситуации, когда неудачи вызваны ошибочными стратегиями.

Обозначим через E_t процентное приращение капитала на шаге t . Через $\bar{E}$ обозначим арифметическое среднее процентного приращения капитала:

$$\bar{E} = \frac{\sum_{t=1}^{t=N} E_t}{N} \quad (5)$$

$$\bar{E}^2 = \frac{\sum_{t=1}^{t=N} E_t^2}{N^2} + \frac{\sum_{t=1}^{t=N} (E_t - \bar{E})^2}{N^2} \quad (6)$$

Среднеарифметическая доходность в квадрате равна среднему от квадрата доходностей плюс среднеквадратичное отклонение.

Формула (6) получается за счет возведения в квадрат

$$\frac{\sum_{t=1}^{t=N} [(\bar{E} - E_t) + E_t]}{N}.$$

Двойная сумма

$$\frac{\sum_{j=1}^N E_j \sum_{t=1}^{t=N} (\bar{E} - E_t)}{N^2} = 0,$$

так как по определению среднего $\bar{E}$

$$\sum_{t=1}^N (\bar{E} - E_t) = 0$$

Из формулы (6) видно, что реальную доходность можно поднять либо подняв среднюю доходность, либо уменьшив среднеквадратичное отклонение. Среднеквадратичное отклонение можно уменьшить путем диверсификации. Так, государство, предпринимая усилия по перевооружению нескольких отраслей, увеличивает эффективность своих программ за счет снижения среднеквадратичного отклонения, конечно, при условии примерно одинаковой отдачи от вложения в каждую отрасль. Также портфель ценных бумаг, диверсифицированный по отраслям, имеет преимущество перед недиверсифицированным портфелем, при условии примерно одинаковой ожидаемой доходности от вложения в каждую бумагу портфеля.

Случайные блуждания

Рассмотрим ситуацию, когда вероятность выиграть 1 составляет p , вероятность проиграть 1 составляет q , $p + q = 1$. Игра заканчивается тогда, когда мы поднимаемся вверх на M единиц, или опускаемся вниз на N единиц.

Вероятность выйти из игры, опустившись вниз на N шагов, определяется формулой [3]:

$$Q(M, N) = \frac{\left(\frac{q}{p}\right)^{M+N} - \left(\frac{q}{p}\right)^N}{\left(\frac{q}{p}\right)^{M+N}} - 1 \quad (7)$$

$$Q(M, N) = \frac{\left(\frac{q}{p}\right)^N - \left(\frac{q}{p}\right)^{M+N}}{1 - \left(\frac{q}{p}\right)^{M+N}} \quad (8)$$

Вероятность закончить игру, коснувшись верхнего порога (take profit) составляет $1 - Q(M, N)$. Особый интерес составляет соотношение вероятности выигрыша к проигрышу

$$\frac{1 - Q(M, N)}{Q(M, N)} = \frac{1 - \left(\frac{q}{p}\right)^N}{\left(\frac{q}{p}\right)^N - \left(\frac{q}{p}\right)^{M+N}} \quad (9)$$

$$\frac{1 - Q(M, N)}{Q(M, N)} = \left(\frac{p}{q}\right)^N \frac{1 - \left(\frac{q}{p}\right)^N}{\left(\frac{q}{p}\right)^N - \left(\frac{q}{p}\right)^M} \quad (10)$$

Доказывается формула (7) следующим образом:

$$Q(M, N) = pQ(M-1, N+1) + qQ(M+1, N-1). \quad (11)$$

Формула (11) означает, что вероятность выиграть или проиграть в игре не меняется после первого хода, в результате которого с вероятностью p мы поднимаемся на 1 вверх и с вероятностью q опускаемся на 1 вниз. Более того

$$Q(0, M+N) = 0, \quad (12)$$

$$Q(M+N, 0) = 1. \quad (13)$$

Формулы (12) и (13) определяют граничные условия: вероятность проиграть в игре

равна 0 на верхней границе $(+M)$ и равна 1 на нижней границе $(-N)$. Подстановкой проверяется что формула (9) (или (10) в другом написании) удовлетворяет условиям (11)–(13).

Предположим, что руководитель хочет неограниченно увеличить капитал. Условия для этого есть: $1 > p > q > 0$. В этом случае формула (8) дает вероятность разорения руководителя, стремящегося увеличить свой капитал до бесконечности:

$$Q(+\infty, N) = (q/p)^N. \quad (14)$$

Формула (14) показывает, что разориться может даже руководитель, использующий очень хорошую стратегию. Даже, если $p \gg q$, вероятность разорения $Q(+\infty, N)$ больше нуля. Вероятность разорения быстро уменьшается с ростом благосостояния (величины стартового капитала, N). Скорость снижения вероятности разорения тем быстрее, чем лучше стратегия, т. е. чем меньше отношение p/q .

Формула (14) показывает, что если

$$N_2 > N_1 (\ln p_1 - \ln q_1) / (\ln p_2 - \ln q_2), \quad (15)$$

то вероятность разорения второго руководителя меньше, чем вероятность разорения первого руководителя, даже если его стратегия хуже ($q_2/p_2 > q_1/p_1$).

Формула (15) объясняет проблемы бедных стран. Бедные страны должны иметь существенно лучшую стратегию, чтобы их шансы получить проблемы были не хуже, чем у богатых стран. В то же время, разработка хорошей стратегии стоит больших денег, которых у бедных стран может и не быть, или они могут не захотеть их потратить на научную проработку своей стратегии развития. Поэтому бедные страны могут иметь существенно больше шансов оказаться в финансовых проблемах:

— у бедных стран меньше располагаемый капитал;

— бедные страны могут использовать худшие стратегии развития.

Если M растет до бесконечности, то формула (8) асимптотически переходит в формулу (15). Это означает, что на вероятность разорения существенно влияет стартовый капитал, чем желание его сильно увеличить, или увеличить до бесконечности.

Рекомендации, которые можно сделать бедным странам, следующие:

— лучше прорабатывать свои стратегии развития;

— уменьшить риск каждого шага (этапа) развития.

Лучшая проработка стратегии снижает соотношение q/p , уменьшая тем самым риск разорения. Уменьшения риска каждого этапа, возможно, путем его разбиения на подэтапы, увеличивает N — число шагов до разорения. Если при увеличении числа шагов до разорения N соотношение q/p (отношение вероятности провала к вероятности успеха) не ухудшается (не возрастает), то рост числа шагов до разорения N снижает вероятность разорения.

Если страна с худшей стратегией развития благодаря стечению случайных обстоятельств сумела существенно опередить страну с лучшей стратегией развития, то опередившая страна получает существенное преимущество в виде подушки безопасности.

Страна с лучшей стратегией развития, но попавшая в череду неблагоприятных обстоятельств, может так и не догнать опередившую ее страну ввиду существенного более близкого порога разорения. Если все же страна с лучшей стратегией развития сумеет далеко отойти от порога разорения, то у нее появляются существенные шансы догнать и обогнать опередившую ее страну.

Работа в случайных условиях

Управляющий портфелем ценных бумаг, политик, руководитель предприятия работают в условиях, когда случайные факторы влияют на результат предпринимаемых усилий. Руководитель предпринимает много действий, т. е. игра получается многоразовая. Для успеха такой игры необходимо, чтобы результат действий руководителя имел положительное математическое ожидание. Однако, этого для успеха недостаточно. Для достижения успеха требуется еще и жестко контролировать убытки.

Предположим, что руководитель имеет стратегию, которая в одних ситуациях в случайных блужданиях дает соотношение вероятности выигрыша к вероятности проигрыша 2 к одному, а в другом 1 к 2. Различать эти ситуации руководитель не умеет. Однако, руководитель умеет контролировать убытки.

Руководитель, принявший $N = 3$, $M = 22$, получает математическое ожидание резуль-

татов своей деятельности P , рассчитываемые на основе формулы (8)

$$P = (1/3)Q(22, 4, 2, 1) + (2/3)Q(22, 4, 1, 2).$$

Последние два числа в аргументах Q — соотношения вероятности выигрыша к вероятности проигрыша. Подставляя числа в формулу (8), получаем математическое ожидания выигрыша, равное 4,29.

$$P = 4,29 > 0.$$

Жестко фиксируя убытки, руководитель может получать положительные результаты даже тогда, когда ошибается существенно чаще, чем оказывается прав. Для успеха важно не быть правым, а признавать свои ошибки и прекращать свою деятельность, когда не прав. Одновременно, необходимо и быть твердым и придерживаться успешных стратегий до тех пор, пока они работают на нас.

Для успеха в арсенале руководителя должна присутствовать стратегия, которая успешна в ряде ситуаций. Причем руководитель даже не обязан знать в каких ситуациях его стратегия успешна, а в каких нет. Тем не менее, руководитель должен чувствовать риск и жестко контролировать потери. Он должен позволять расти успешным проектам и жестко фиксировать убытки по тем направлениям деятельности, по которым дела не заладились.

Опытный и умелый руководитель имеет распределение вероятностей в пользу выбора успешных стратегий для каждой ситуации. Также он лучше определяет положение стоп-лимитов — мест, где стратегии прекращаются ввиду их убыточности. Стопы нельзя ставить слишком близко, чтобы не выходить из успешных стратегий при наступлении неудачных случайных событий. Однако, стопы не должны стоять и слишком далеко, чтобы потери от ошибочных стратегий не стали критичными для капитала и для прибыли. Умение ставить стопы — умение отличать работу ошибочных стратегий от работы случайных факторов при правильной стратегии.

Применение в медицине, военном деле и других направлениях деятельности

Успешный врач не обязан быть всегда прав — это может быть недостижимо ввиду неполноты информации и наличия случайных факторов, влияющих на здоровье боль-

ного. Тем не менее, успешный врач должен иметь широкий ассортимент стратегий, некоторые из которых должны быть успешны в тех или иных ситуациях. Блестящий врач должен иметь в своем ассортименте по успешной стратегии для каждой возможной ситуации.

Ни успешный, ни блестящий врач не обязаны знать, какая стратегия работает в той или иной ситуации. Это и не всегда возможно. Однако, врач должен уметь контролировать свои ошибки и жестко пресекать ошибочные стратегии. Жесткое пресечение ошибочных стратегий не позволит нанести существенный вред больному. Применение успешных стратегий, улучшающих состояние больного, вплоть до того момента, пока они не перестанут приносить пользу, позволяет врачу лечить больных.

Критериями успешного врача как профессионала становятся наличие:

- множества стратегий, чтобы для каждой ситуации присутствовала успешная стратегия;

- воли для жесткого пресечения ошибочных стратегий;

- обратной связи, чтобы он мог отличить стратегию, приносящую пользу, от стратегии, приносящий вред.

Опытный врач, за счет знаний и опыта, имеет распределение вероятностей в пользу принятия полезных стратегий. Также и арсенал стратегий лечения шире у опытного врача. Это же относится и к руководителю, полководцу, деятелю, предпринимающему повторяющиеся осмысленные действия в случайных условиях.

Культура и принятие решений

Принятие риска свойственно человеку в культурах с демократической системой ценностей [7–8]. Демократические системы ценностей ориентированы на достижение результата. Достижение крупных результатов связано с принятием риска и умением переносить длительную череду неудач.

Традиционные культуры имеют систему ценностей, ориентированную на почитание старших, причем старших не только по возрасту, но и по положению. В такой системе ценностей выгодно не достижение крупного

результата, а занятие выгодного места в общественной иерархии.

Стратегия занятия выгодного места в иерархии связано с накоплением «положительных очков» и минимизацией числа «негативных очков». Минимальное число негативных очков может напрочь перечеркнуть карьеру, особенно, если ни у кого нет желания или квалификации тщательно выяснять причину появления негативных очков.

Традиционные культуры успешны в стабильной, пусть и сложной среде. В этом случае сложно структурированные проверенные временем ритуалы поведения могут вести к успеху. В слабоструктурированной динамично меняющейся среде для успеха необходимо уже осмысленное принятие решений на местах и в режиме реального времени. Сложно структурированные и проверенные временем ритуалы поведения перестают работать, так как среда уже становится другой и более того, становится слабо структурированной.

Распределенное принятие решений требует и распределенной ответственности: решение, риск, ответственность, вознаграждение или потеря — различные аспекты одного целого. Если что-то убрать, то уйдет и остальное: люди теряют стимул принимать не себя ответственность, если дополнительная ответственность не оборачивается и дополнительным вознаграждением.

Демократические ценности — абстракция. В реальной общественной жизни демократические ценности воплощаются в демократические институты. Именно поэтому инновации, технологические прорывы, высокая добавленная стоимость, и достойный уровень жизни основываются на тех демократических институтах, которые сформированы и развиваются в обществе.

Заключение

Случайные события существенным образом влияют на результаты нашей деятельности. Это влияние необходимо учитывать, чтобы определить причины успехов и неудач как временные случайные неурядицы или как систематические ошибки стратегии и руководства.

Поддержано РГНФ (проект РГНФ № 11-020230а).

Литература

1. Винс Р. Математика управления капиталом. Методы анализа риска для трейдеров и портфельных менеджеров. — М.: Альпина Бук. 2007. — 402 с.
2. Гнеденко В. В., Хинчин А. Я. Элементарное введение в теорию вероятностей. — М.: Наука, 1976. — 168 с.
3. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. — М.: Либроком, 2010. — 1080 с.
4. Лефер Э. Воспоминания биржевого спекулянта. — М.: ЗАО «ОЛИМП БИЗНЕС», 2008. — 397 с.
5. Дуглас М. Дисциплинированный трейдер. — М.: Евро, SmartBook, 2009. — 288 с.
6. Элдер А. Как играть и выигрывать на бирже. Психология. Технический анализ. Контроль над капиталом. — М.: Альпина Бизнес Букс, 2008. — 480 с.
7. Маслоу А. Х. Мотивация и личность. — СПб.: Питер, 2010. — 352 с.
8. Трнев Н. Н. Предприятие и его структура. Анализ, диагностика, оздоровление. — М.: ПРИОР, 2000. — 240 с.
9. Трнев Н. Н. Стратегическое управление. — М.: ПРИОР, 2000, 2001. — 288 с.

Поступила в редакцию

14 февраля 2012 г.



Николай Николаевич Трнев — доктор экономических наук, кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник Института проблем управления РАН. Автор работ по проблемам инновационной экономики и формирования социальных и экономических институтов.

Nikolay Nikolaevich Trenev — Ph.D., doctor of economics, candidate of physics and mathematics, leading scientific associate of RAS Institute of Management Problems. Author's works are dedicated to problems of innovative economy and social and economic institutions' development.

117997, г. Москва, ул. Профсоюзная, д. 65
65 Profsoyuznaya st., 117997, Moscow, Russia
Тел. +7 (916) 563-37-84, +7 (926) 221-93-24; e-mail: Nnick2002@mail.ru