

УДК 519.87:519.722:519.213

ЭНТРОПИЙНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОТЫ АВТОТРАНСПОРТНОГО ПРЕДПРИЯТИЯ

© 2011 г. А. Н. Тырсин*, О. В. Ворфоломеева**

**Научно-инженерный центр «Надежность и ресурс больших систем и машин»
УрО РАН, г. Екатеринбург*

*** Челябинский государственный университет*

В статье рассматривается использование нового энтропийно-вероятностного подхода для моделирования социально-экономических систем на примере автотранспортного предприятия. В основе данного подхода лежит представление системы в виде многомерного нормального случайного вектора.

Ключевые слова: энтропия; вероятность; социально-экономическая система; многомерная случайная величина; автотранспортное предприятие; пассажиропоток; коэффициент изменения энтропии.

Author examines some features of the informational resources' functioning inside the production systems, which resources are materialized in fixed capital, floating capital and employees' professional thesaurus. Author also presents an informational and economic-based way of personnel development managing for the production systems.

Key words: entropy; probability; social and economic system; multivariate random magnitude; haulage contractor; incoming passengers; entropy coefficient of changing.

Одно из перспективных направлений моделирования сложных стохастических систем основано на использовании энтропии. Известно, что энтропия является фундаментальным свойством любых систем с неоднозначным, или вероятностным, поведением [1]. Понятие энтропии является гибким и допускает четкую интерпретацию в терминах того раздела науки, где оно применяется. Оно все шире используется в современной науке для описания структурной организации и дезорганизации, степени разрушения связей между элементами системы, и вообще, для описания степени деградации любой замкнутой системы, включая территориальные образования [2–5]. Поэтому представляется, что энтропия может выступать в роли универсального параметра и идеально подходит для решения рассматриваемых задач о поведении сложных стохастических систем.

Пусть X — некоторая непрерывная случайная величина. Если известен ее закон

распределения, то энтропия определяется по формуле [6]

$$H(X) = - \int_{-\infty}^{+\infty} p_X(x) \ln p_X(x) dx \quad (1)$$

где $p_X(x)$ — плотность распределения случайной величины X . Полученная по формуле (1) энтропия называется энтропией закона распределения или дифференциальной энтропией.

Представим сложную стохастическую систему S в виде многомерной случайной величины $Y = (Y_1, Y_2, \dots, Y_m)^T$, ее каждый элемент Y_i является одномерной случайной величиной, которая характеризует функционирование соответствующего элемента исследуемой системы. Элементы могут быть как взаимозависимыми, так и не зависеть друг от друга. Совместная энтропия случайного вектора Y определяется по формуле [6]

$$H(\mathbf{Y}) = - \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} p_{\mathbf{Y}}(x_1, x_2, \dots, x_m) \ln p_{\mathbf{Y}}(x_1, x_2, \dots, x_m) dx_1 dx_2 \dots dx_m$$

где $p_{\mathbf{Y}}(x_1, x_2, \dots, x_m)$ — совместная плотность распределения случайных величин Y_1, Y_2, \dots, Y_m .

Сделаем две предпосылки.

1°. Считаем, что случайный вектор $\mathbf{Y} = (Y_1, Y_2, \dots, Y_m)^T$ имеет многомерное нормальное распределение, $Y_i \sim N(a_i, \sigma_{Y_i}^2)$, $i = 1, 2, \dots, m$, т. е.

$$p_{Y_i}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{Y_i}} e^{-\frac{(x-a_i)^2}{2\sigma_{Y_i}^2}}, \quad i = 1, 2, \dots, m.$$

2°. Для случайного вектора \mathbf{Y} известна его ковариационная матрица

$$\Sigma = \{\sigma_{Y_i Y_j}\}_{m \times m} = \begin{pmatrix} \sigma_{Y_1}^2 & \text{cov}(Y_1, Y_2) & \dots & \text{cov}(Y_1, Y_m) \\ \text{cov}(Y_2, Y_1) & \sigma_{Y_2}^2 & \dots & \text{cov}(Y_2, Y_m) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \text{cov}(Y_m, Y_1) & \text{cov}(Y_m, Y_2) & \dots & \sigma_{Y_m}^2 \end{pmatrix}$$

Предположения 1°, 2° основаны на центральной предельной теореме. Если исходные данные не позволяют считать вектор \mathbf{Y} нормальным, то можно выполнить их «аппроксимацию» нормальным распределением. Ее суть состоит в представлении случайных компонент Y_i нормально распределенными с некоторыми дисперсиями $\sigma_{Y_i}^2$.

С учетом 1° и 2° получено, что совместная энтропия $H(\mathbf{Y})$ равна [7]

$$H(\mathbf{Y}) = \sum_{i=1}^m H(Y_i) + \frac{1}{2} \ln |\mathbf{R}| \quad (2)$$

где $|\mathbf{R}|$ — определитель корреляционной матрицы \mathbf{R} случайного нормально распределенного вектора \mathbf{Y} , $H(Y_i)$ — энтропия каждой из

$$H(Y_i) = \frac{1}{2} \ln [2\pi e \sigma_{Y_i}^2] \quad i = 1, 2, \dots, m$$

нормальных случайных величин, равная

Согласно модели (2), энтропия стохастической системы складывается из двух составляющих, которые характеризуют ее различные свойства. Известно, что одними из важнейших закономерностей систем являются целостность и аддитивность [8]. Сумма $\sum_{i=1}^m H(Y_i)$ определяет предельную энтропию,

соответствующую полной независимости элементов системы, и характеризует рассмотрение целостного объекта как состоящего из частей (аддитивность). Величина $\ln(|\mathbf{R}|) / 2$ отражает степень взаимосвязей между элементами системы, характеризуя свойства системы как целого (целостность). Следовательно, для адекватного моделирования стохастической системы ее энтропию целесообразно рассматривать как двумерный вектор

$$H(\mathbf{Y}) = (H_1(\mathbf{Y}); H_2(\mathbf{Y})) = \left(\sum_{i=1}^m H(Y_i); \frac{1}{2} \ln(|\mathbf{R}|) \right)$$

Исследуем работу автотранспортного предприятия за различные периоды времени, используя энтропийную модель (2). Вопросы проектирования транспортных сетей, распределения поездок, маршрутов на основе энтропийного подхода рассматривались в [2]. Энтропийный подход основан, с одной стороны, на гипотезе о том, что состояние равновесия в макросистеме достигается при максимуме её энтропии, а с другой — что при этом должны выполняться некоторые дополнительные условия, учитывающие конечность ресурса, содержащегося в системе.

Данное автотранспортное предприятие на начало 2009 года имеет 2 основных пункта продаж. Для увеличения эффективности работы в течение 2009–2010 годов были добавлены дополнительные пункты продаж на других территориях области. Рассмотрим, с помощью энтропийной модели, влияние дополнительных пунктов продаж на автотранспортное предприятие в целом, а также на имеющиеся пункты продаж в отдельности. Для этого разобьем исследуемую систему (автотранспортное предприятие) на подсистемы (пункты продаж).

Одним из основных значимых параметров подобных систем является пассажиропоток. В качестве входных данных для модели рассмотрим ежедневный пассажиропоток по месяцам в течение 2009–2010 годов.

Для каждого месячного набора данных подсчитаем дисперсию (s^2), коэффициенты корреляции (r), энтропии подсистем (H_i) и системы в целом (H).

В результате получим, что минимальная энтропия наблюдается в июле, августе; максимальная энтропия наблюдается в марте, апреле и декабре не зависимо от года и под-

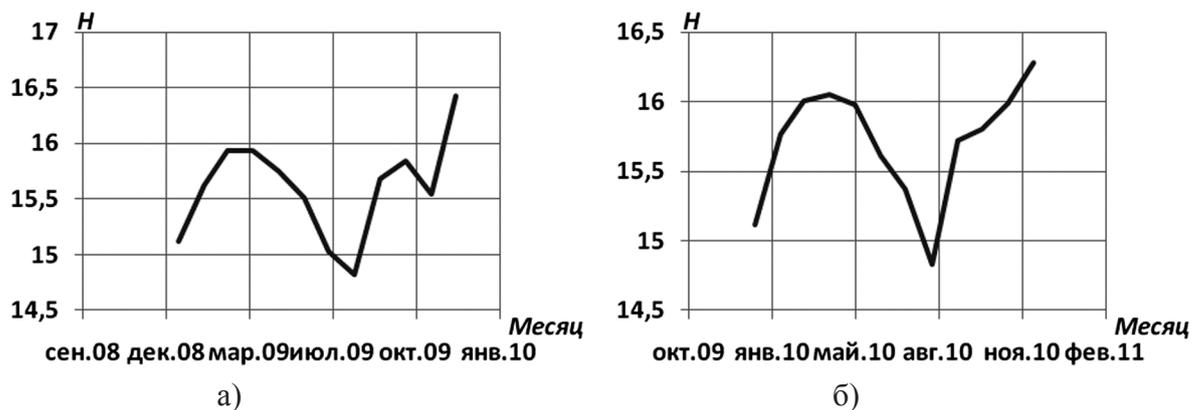


Рис. 1. Энтропия первой подсистемы: а) за 2009 год; б) за 2010 год

систем, следовательно, данное изменение энтропии является сезонным.

Приведем пример графиков энтропии первой подсистемы за 2009 год (рис. 1, а) и за 2010 год (рис. 1, б) (для остальных подсистем графики выглядят аналогичным образом).

Из рассмотрения графиков, очевидно, что при оценке энтропии системы в целом необходимо учитывать сезонные изменения. В результате получим ежемесячную динамику энтропии системы за 2009–2010 годы (см. табл. 1 и рис. 2).

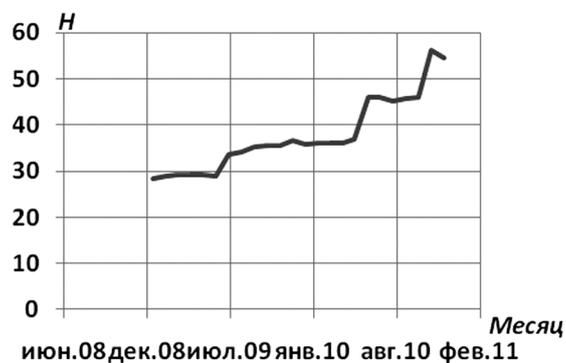


Рис. 2. Ежемесячные значения энтропии системы в 2009–2010 годах

Таблица 1
Ежемесячные значения энтропии системы в 2009–2010 годах

Месяц	H	Месяц	H
янв.09	28,434	янв.10	35,931
фев.09	29,000	фев.10	36,057
мар.09	29,131	мар.10	36,031
апр.09	29,138	апр.10	36,086
май.09	29,298	май.10	36,789
июн.09	28,912	июн.10	46,131
июл.09	33,718	июл.10	46,040
авг.09	34,305	авг.10	45,329
сен.09	35,200	сен.10	45,876
окт.09	35,479	окт.10	46,068
ноя.09	35,669	ноя.10	56,228
дек.09	36,564	дек.10	54,536

Рассмотрим влияние дополнительных пунктов продаж на автотранспортное предприятие в целом. Добавление пунктов продаж происходило в июле 2009 года, мае 2010 года и ноябре 2010 года. Видим, что добавление подсистем ведёт к увеличению энтропии системы.

Далее, с помощью энтропийной модели, рассмотрим влияние дополнительных пунктов продаж на имеющиеся пункты продаж в отдельности. Для этого разобьем подсистему (пункт продаж) ещё на 5 подсистем соответствующих пяти направлениям следования автотранспорта. Входными данными для модели является ежедневный пассажиропоток за месяц в течение 2010 года по всем направлениям следования. Для каждого месячного набора данных аналогично подсчитаем дисперсию, коэффициенты корреляции, энтропию подсистем и энтропию системы в целом. График итоговой энтропии системы приведен на рис. 3.

На рис. 3 присутствует сезонное увеличе-

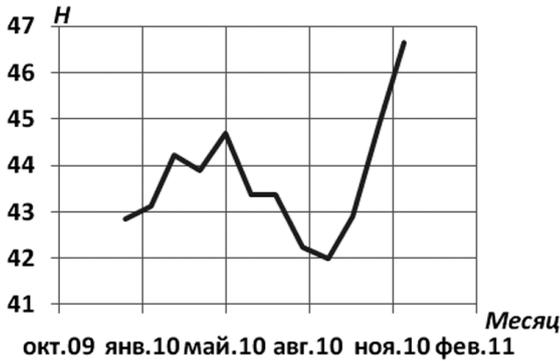


Рис. 3. Энтропия пассажиропотока 2010 году

ние энтропии в мае и декабре, а также сезонное снижение энтропии в августе. Т. к. добавление подсистем происходило в мае и ноябре 2010 года, то делаем вывод, что добавление подсистем не влияет на энтропию имеющихся подсистем.

Интерпретируем полученные результаты. Автотранспортное предприятие за рассматриваемый период претерпело изменение, которое увеличило возможности покупки билетов пассажирами. Данное изменение не повлияло на работу имеющихся пунктов продаж, следовательно, существующий спрос был удовлетворен.

Для того чтобы оценить полученные результаты, подсчитаем для каждого примера коэффициент изменения энтропии $dH = dH_{i-1} - dH_i$ и построим соответствующие графики (рис. 4). Рассмотрим два случая. В первом случае полученный коэффициент изменения энтропии не зависит от сезонных изменений и четко отражает внутренние изменения, связанные с добавлением дополнительных пун-

ктов продаж. Во втором случае полученный коэффициент изменения энтропии чувствителен к сезонным изменениям в связи с потребностью пассажиров пользоваться автотранспортом в различные месяца года.

Исходя из полученных данных, будем использовать следующую интерпретационную шкалу:

- 1 < dH < 1 — система стабильна;
- 1 < dH < 2, -2 < dH < -1 — система претерпевает сезонные изменения;
- dH > 2 — система претерпевает внутренние изменения.

В результате исследования данной модели можно сделать следующие выводы:

1. Изменение итоговой энтропии в результате добавления подсистем не связано с сезонными изменениями системы.
2. Добавление подсистем не влияет на энтропию имеющихся подсистем.
3. Добавление подсистем ведёт к увеличению энтропии системы.
4. В зависимости от того каким образом разбивается исследуемая система на подсистемы и какие параметры берутся в качестве входных данных интерпретируется полученный результат.
5. Коэффициент изменения энтропии не зависит от выбранного масштаба, входных данных, количества подсистем и способа их разбиения. Следовательно, его можно использовать в качестве оценки работы исследуемой системы;
6. Основной характеристикой энтропийного моделирования является коэффициент изменения энтропии исследуемой системы, а не анализ статического значения энтропии.

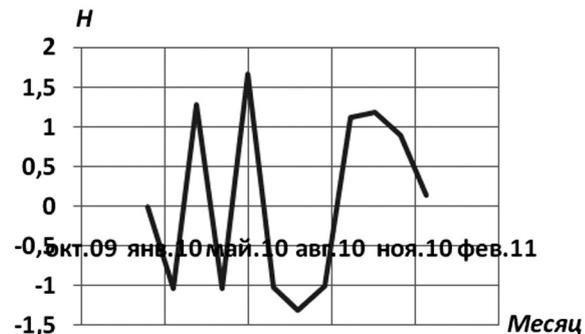
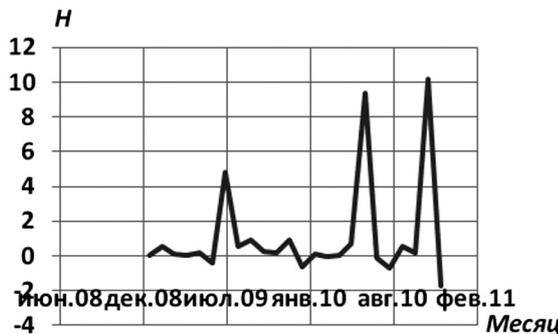


Рис. 4. Коэффициент изменения энтропии: а) случай 1; б) случай 2

Литература

1. *Прангшивили И. В.* Энтропийные и другие системные закономерности: Вопросы управления сложными системами. — М.: Наука, 2003. — 428 с.

2. *Вильсон А. Дж.* Энтропийные методы моделирования сложных систем. — М.: Наука, 1978. — 226 с.

3. *Попков Ю. С.* Теория макросистем (равновесные модели). — М.: Эдиториал УРСС, 1999. — 320 с.

4. *Федулов А. Г., Федулов Ю. Г., Цыгичко В. Н.* Введение в теорию статистически ненадежных решений. 2-е изд. — М.: КомКнига, 2007. — 280 с.

5. *Скоробогатов С. М.* Катастрофы и жи-

вучесть железобетонных сооружений (классификация и элементы теории). — Екатеринбург: УрГУПС, 2009. — 512 с.

6. *Шеннон К.* Работы по теории информации и кибернетике. — М.: Издательство иностранной литературы, 1963. — 830 с.

7. *Тимашев С. А., Тырсин А. Н., Соколова И. С.* Энтропийно-вероятностное моделирование в задаче повышения безопасности систем критичных инфраструктур. // Проблемы безопасности и чрезвычайных ситуаций. — 2011. — №1. — С. 13–20.

8. Теория систем и системный анализ в управлении организациями. Справочник. / Под ред. Волковой В. Н., Емельянова А. А. — М.: Финансы и статистика, 2006. — 848 с.

Поступила в редакцию

11 мая 2011 г.



Александр Николаевич Тырсин — д.т.н., ведущий научный сотрудник НИЦ «Надежность и ресурс больших систем и машин» УрО РАН, г. Екатеринбург. Основные научные направления — математическое моделирование, прикладная статистика. Автор более 170 научных публикаций, в том числе 90 статей.

Aleksandr Nikolaevich Tyrsin — Ph.D., Doctor of Technics, leading staff researcher at RAS Urals Branch Research Center «Big Systems and Machines' Reliability and Resources». Author's primary research interests include mathematical simulation and applied statistics. Published more than 170 research papers, including 90 articles.

620049, г. Екатеринбург, ул. Студенческая, 54а
54a Studencheskaya st., 620049, Ekaterinburg, Russia
Тел.: +7 (922) 100-74-52; e-mail: at2001@yandex.ru



Ольга Викторовна Ворфоломеева — аспирантка Челябинского государственного университета. Научное направление — математическое моделирование, автор двух научных статей.

Olga Viktorovna Vorfolomeyeva — postgraduate student at Chelyabinsk State University. Author's researches are devoted to mathematical simulation. Published two scientific articles.

454081, г. Челябинск, ул. Горького, д. 63, кв. 8
63 Gorkogo st., app. 8, 454081, Chelyabinsk, Russia
Тел.: +7 (908) 059-29-84; e-mail: ya.olga.work@yandex.ru

IV Всероссийская межвузовская научная конференция «Наука и образование в развитии промышленной, социальной и экономической сфер регионов России»

Конференция проводится в рамках Всероссийских ежегодных научных «Зворыкинских чтений».
3 февраля 2012 года

Планируемые научные направления работы конференции:

1. Духовно-нравственные проблемы общества.
2. Значимые вопросы истории.
3. Инновации и инвестиции.
4. Информационные технологии в образовании и производстве.
5. Контроль и диагностика в технологических процессах, сертификация, стандартизация.
6. Материаловедение, технология машиностроения.
7. Машиностроение, станки и инструменты.
8. Методика и качество образовательного процесса.
9. Методы и устройства аналоговой и цифровой обработки сигналов.
10. Мониторинг окружающей среды и безопасность жизнедеятельности человека.
11. Оптотехника, передача и обработка видеоинформации.
12. Правовые аспекты жизни человека и общества.
13. Радиофизические методы в исследованиях сред.
14. Радиотехнические системы.
15. Современные исследования в психологии, педагогике, социологии.
16. Приборостроение.
17. Физико-математические науки, математическое моделирование.
18. Филология и лингвистика. Языкознание.
19. Экономические аспекты государственного и муниципального управления.
20. Управление предприятиями.

Электронный адрес оргкомитета: Regiony2012@mivlgu.ru
602264, Муром, Владимирская область, ул. Орловская, д.23,
Муромский Институт Владимирского государственного университета
Тел.: (49234) 77-1-84, факс: (49234) 7-71-28
Страница конференции на сайте МИ ВлГУ: <http://www.mivlgu.ru/>
Регистрационный взнос за участие в конференции не взимается